

Modelo Matemático para Elaboração de Grade Horária para a Fatec Ribeirão Preto

Murilo Cesar Starke da Cunha¹, Leonardo de Aguiar Corrêa²,
Júnior César Bonafim³

¹Faculdade de Tecnologia de Ribeirão Preto (FATEC)
Ribeirão Preto, SP – Brasil

²Faculdade de Tecnologia de Ribeirão Preto (FATEC)
Ribeirão Preto, SP – Brasil

³Faculdade de Tecnologia de Ribeirão Preto (FATEC)
Ribeirão Preto, SP – Brasil

mcscunha@yahoo.com.br, leonardo.correa2@fatec.sp.gov.br,
junior.bonafim@fatec.sp.gov.br

Resumo. *A elaboração de grade horária em instituições de ensino superior é um problema desafiador. Inúmeras decisões devem ser consideradas e realizar esta tarefa manualmente é trabalho árduo e por muitas vezes é ineficiente. O presente trabalho apresenta um modelo matemático para a elaboração de grade horária para a Fatec Ribeirão Preto. Experimentos computacionais para instâncias reais são conduzidos como forma de avaliar o modelo e testar sua efetividade na resolução do problema.*

Abstract. *The elaboration of a schedule in higher education institutions is a challenging problem. Countless decisions must be considered and performing this task manually is hard and often inefficient work. The present work presents a mathematical model for the elaboration of a schedule for Fatec Ribeirão Preto. Computational experiments for real instances are performed as a way to evaluate the model and test its effectiveness in solving the problem.*

1 Introdução

Para cada período letivo, as instituições precisam estabelecer os horários das aulas e destinar um professor para cada turma, de maneira que satisfaça as necessidades pedagógicas e as preferências individuais dos professores. Tal tarefa, é realizada, pela maioria das instituições, de forma manual, difícil de ser executada, utilizando vários dias de trabalho e sem garantia de sucesso.

Em oposição à abordagem manual de resolução desse problema, pode-se desenvolver uma abordagem científica. A Pesquisa Operacional (PO) é uma das opções para resolver este problema de forma automatizada. A Pesquisa Operacional não é uma ciência propriamente dita, mas a aplicação da ciência à solução de problemas gerenciais e administrativos, e concentra-se no desempenho de sistemas organizados tomados como um todo. A PO é uma ferramenta para a otimização de processos, que tem como essência a construção de modelos matemáticos, para os

quais, utiliza-se de instrumentos da PO e dentre estes está a Programação Inteira, a qual foi utilizada neste trabalho [Andrade 2013].

As técnicas de otimização vêm sendo muito utilizadas atualmente na resolução de problemas reais. Inicialmente deve-se construir um modelo matemático para o problema a ser abordado e de posse do modelo aplicar técnicas disponíveis para sua resolução e avaliação. Em geral, para formular um modelo matemático, simplificações razoáveis do sistema ou problema real precisam ser consideradas e a validação do modelo depende da solução do modelo matemático ser coerente com o contexto original. Com isso, o modelo matemático é uma representação simplificada do problema real. Ele deve ser suficientemente detalhado para captar os elementos essenciais do problema, mas suficientemente tratável por métodos de resolução. Exemplos de modelos matemáticos são os de programação matemática, como a programação linear, programação inteira, programação em redes e programação não linear [Arenales *et al.* 2017].

Segundo Golbarg e Luna (2000) os modelos matemáticos servem de auxílio à decisão em geral, pois retratam o sistema e procuram determinar qual combinação de fatores atendem o objetivo estabelecido, possibilitando simular e prever novas situações.

O problema de criação de grade de horário escolar (*School Timetabling Problem* - STP) pertence a grande família de problemas de agendamentos (*Scheduling Problems* - SP). Este tipo de problema consiste basicamente em otimização combinatória. Otimização de grade de horário escolar tem característica NP-Completo (NP-hard), o que significa que são problemas com alta complexidade matemática, o esforço computacional para sua resolução cresce exponencialmente com o número de variáveis consideradas. Dependendo das variáveis a trabalhar, estes problemas podem não possuir um algoritmo eficiente que o resolva em tempo computacional razoável (tempo polinomial) ou a solução pode ser insatisfatória em algum aspecto. Como cada instituição tem suas exigências para o preenchimento da grade de horário, estes problemas (STP) podem admitir uma grande variedade de formulações, objetivos e restrições.

A literatura possuiu uma vasta quantidade de trabalhos, que propõem uma resolução do problema da elaboração de grade horária. Alguns trabalhos focam na utilização de algoritmos heurísticos, um exemplo é o trabalho de Saltzman (2009) que estuda uma solução para o problema de alocação de horário na *San Francisco State University (SFSU)*, em específico para as aulas do departamento de *Business School*. Outro exemplo da resolução do problema utilizando algoritmos heurísticos é o trabalho de Xavier *et al.* (2013) que apresenta uma proposta de solução utilizando o modelo de Pesquisa em Vizinhanças Variáveis, aplicada a alocação de horário dos cursos de Sistemas de Informação e Análise e Desenvolvimento de Sistemas de um Centro Universitário no Espírito Santo. Outra forma de abordagem é a otimização baseada em sistemas inteligentes, Francisco e Silva (2011) utiliza algoritmos genéticos e sistemas imunológicos artificiais, tais técnicas foram capazes de fornecer soluções de qualidade para o problema de geração automática de grades horárias. Góes, Costa e Steiner (2010) escreveram um trabalho com objetivo de apresentar três técnicas (modelo matemático, abordagem heurística e método misto) que encontrem

uma solução que satisfaça as exigências pedagógicas e operacionais das instituições. Assim como este presente trabalho, existem diversos outros que abordam o problema da elaboração de grade horária propondo uma solução através da modelagem e programação matemática. O artigo de Martin (2004) faz o uso de um modelo de programação inteira para auxiliar na elaboração da grade horária da *Ohio University's College of Business*, lidando com certa variedade de restrições, como número máximo de dias trabalhados, disponibilidade de horários e mais de um professor para os cursos oferecidos.

Até o momento, não existem trabalhos envolvendo modelagem matemática para a resolução do problema da elaboração de grade horária que sejam diretamente aplicáveis no ambiente das Fatecs considerando as especificidades da instituição.

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo matemático de programação inteira para a elaboração da grade horária da Fatec Ribeirão Preto, respeitando o conjunto de regras e restrições específicas da instituição e testá-lo com dados reais da Fatec Ribeirão Preto. Espera-se obter resultados que permitam a utilização deste modelo na elaboração das grades horárias em um futuro próximo.

O método de pesquisa predominante neste trabalho é a Modelagem dentro do contexto da Pesquisa Operacional, com uso intenso de técnicas de programação computacional. Segundo Bertrand e Fransoo (2009) e Morabito e Pureza (2018) esta pesquisa pode ser caracterizada como axiomática normativa dado que visa o desenvolvimento de estratégias e métodos a fim de melhorar os resultados disponíveis na literatura para um problema previamente proposto, incorporando características não contempladas até o momento.

O restante deste trabalho é organizado da seguinte forma: o detalhamento do problema é apresentado na seção seguinte; a seção 3 apresenta a modelagem matemática para o problema descrito; na seção 4 traz os resultados computacionais; considerações finais e pesquisas futuras são apresentadas na seção 5.

2 Descrição do problema

No presente trabalho procura-se determinar modelo de programação matemática para a elaboração da grade de horário da Fatec de Ribeirão Preto - SP, criada pelo Governo do Estado de São Paulo em julho de 2015. As instalações da faculdade estão distribuídas em três blocos que abrigam 22 salas de aula, 4 laboratórios (3 de informática e 1 de redes de computadores) e espaço para outros 13 laboratórios (arquitetura de computadores, elétrica, eletrônica, física, elétrica, física óptica, microbiologia, química, bioquímica e mecânica de precisão), auditório, salas administrativas e biblioteca, entre outros ambientes. Restrições com salas de aula não existem, pois a estrutura comporta todos os cursos de todos os semestres simultaneamente. As principais características que compõem o modelo matemático são:

- a) Cursos: há três cursos disponíveis: Análise e Desenvolvimento de Sistemas (ADS), Gestão de Negócios e Inovação (GNI) e Sistemas Biomédicos (SBM);
- b) Duração: todos os cursos se completam em seis semestres, totalizando 2400

horas de ensino para cada curso;

- c) Períodos: as aulas de ADS são ministradas no período da manhã, das 07:30h as 13:00h, de segunda-feira até sexta-feira. No período noturno são ministrados os cursos de ADS, GNI e SBM, das 19:00h as 22:30h, de segunda-feira a sexta-feira e aos sábados das 07:30h as 13:00h. No período matutino há seis espaços de alocação de disciplinas possíveis, no período noturno, há quatro espaços para as disciplinas mais seis espaços no sábado;
- d) Interstício: quanto as horas de descanso diária entre dias consecutivos, a Consolidação das Leis do Trabalho (CLT) impõe um intervalo entre dias de aula de 11 horas, ou seja, o número de horas entre a última aula dada no dia anterior e a primeira aula do dia de hoje, tem que ser de 11 horas de diferença. Também deve haver uma hora entre diferentes períodos de aula no mesmo dia;
- e) Horas por dia: o número de horas trabalhadas por um docente não pode ultrapassar oito horas por dia;
- f) Disponibilidade dos professores: a disponibilidade de horários entregue pelos docentes à administração segue o critério de sempre dispor de 50% a mais destes horários para que haja uma folga e facilitar a elaboração da grade pelo diretor, já que o trabalho é feito por ele e manualmente, com a ajuda de uma planilha eletrônica. Para otimizar o quadro de funcionários e evitar o desperdício de recursos, alguns professores podem ministrar aulas em um ou mais cursos da instituição desde que este seja compatível com suas atribuições. A disponibilidade dos professores geralmente varia entre os semestres;
- g) Disciplinas: a fim de preencher um dos requisitos para a validação de um diploma, o MEC exige que cada curso universitário cumpra um determinado número de horas mínimas de cada disciplina e quais disciplinas farão parte do curso escolhido;

O modelo elaborado deve capturar estas características principais maximizando o número de disciplinas alocadas nas disponibilidades oferecidas pelos docentes. Apontar as alocações fora das disponibilidades é uma funcionalidade indispensável, pois assim o modelo se torna útil para o tomador de decisão avaliar e propor as mudanças de disponibilidades necessárias para elaborar a grade horária final do semestre.

3 Modelagem matemática

Dada a configuração do problema na Fatec, a principal decisão do processo de modelagem é definir como são criadas as variáveis do modelo para garantir os relacionamentos existentes entre cursos e períodos. Assim opta-se por definir todas as variáveis a partir de uma mesma estrutura, independentemente do período. Para qualquer período (manhã, tarde, noite) considera-se então três blocos de aulas, isto é, duas aulas por bloco. Dados os seis dias letivos por semana, tem-se 18 blocos que podem ser ocupados pelas disciplinas de cada curso e semestre. Veja ilustração na

Figura 1. Vale Observar que disciplinas do período noturno não ocuparão o terceiro bloco de segunda a sexta-feira e os blocos aos sábados são considerados como sendo no período da manhã. Da mesma forma, disciplinas do período da manhã não ocupam blocos aos sábados. Essa definições são tratadas por meio de restrições no modelo.

A modelagem é baseada em variáveis de designação. São variáveis binárias que têm valor 1 se uma dada disciplina ocupa um bloco de horário na grade em um determinado dia e zero caso contrário.

	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
1	PROG M I	INGLÊS I	ALG L P	ADM GERAL	A O COMP	
2	PROG M I	LAB HARD	ALG L P	ADM GERAL	A O COMP	MAT DISC
3						MAT DISC

Figura 1. Exemplo de grade

Considere \mathcal{D} o conjunto das disciplinas que devem ser alocadas. Cada elemento $i \in \mathcal{D}$ carrega informações importantes sobre a disciplina os quais representamos por i_p o professor que ministra disciplina i , i_c o curso ao qual pertence a disciplina i , i_t o período da disciplina i , i_s o semestre da disciplina i e i_{ch} a carga horária semanal da disciplina i . O conjunto $\mathcal{G} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ representa os dias da semana, em que 1 denota segunda-feira e 6 o sábado. O conjunto $\mathcal{H} = \{1, 2, 3\}$ representa os blocos de horários.

Adicionalmente, o conjunto \mathcal{C} denota os cursos, $\mathcal{T} = \{1, 2, 3\}$ representa os períodos, em que 1 denota o período matutino, 2 o período vespertino e 3 o período noturno. \mathcal{P} é o conjunto dos professores e $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ denota o conjunto dos semestres. O parâmetro binário D_{jk}^p representa a disponibilidade de um professor p no dia da semana j no bloco de horários k , isto é, $D_{jk}^p = 1$ se o professor p tem disponibilidade de ministrar aulas no dia j , bloco k e $D_{jk}^p = 0$ caso contrário.

A variável de decisão x_{ijk} , em que $i \in \mathcal{D}$, $j \in \mathcal{G}$, $k \in \mathcal{H}$, assume valor 1 se a disciplina i ocupa o bloco de aulas k no dia j e valor 0 caso contrário. No exemplo apresentado na Figura 1, que considera o primeiro semestre do curso de Análise e Desenvolvimento de sistemas do período noturno, a disciplina Programação em Micro Informática é alocada nos blocos 1 e 2 da segunda-feira. Em termos das variáveis definidas tem-se:

$$x_{\text{PROG M I}, 1, 1} = 1$$

$$x_{\text{PROG M I}, 1, 2} = 1$$

O principal fator que leva a infactibilidade deste tipo de problema é a exigência do cumprimento da disponibilidade de cada docente, ou seja, alocar com perfeição cada disciplina de acordo com as disponibilidades dadas. Assim, se a disponibilidade é suficiente para a alocação, uma solução ótima é apresentada e caso a disponibilidade seja insuficiente, o problema se torna infactível e nenhuma resposta, mesmo que parcial, é obtida. Neste modelo a exigência do cumprimento das disponibilidades

de cada docente não é exigida, mas a alocação de disciplinas de acordo com as disponibilidades é maximizada pela função objetivo (3.1). Não se exige a alocação ideal das aulas via restrição. Desta forma o modelo entrega alocação de aulas mesmo quando não é possível respeitar todas as disponibilidades, sendo útil para o tomador de decisão fazer os ajustes necessários manualmente ou até mesmo testar novas configurações de disponibilidades baseadas na alocação entregue pelo modelo.

$$\max \sum_{i \in \mathcal{D}} \sum_{j \in \mathcal{G}} \sum_{k \in \mathcal{H}} D_{jk}^{i_p} x_{ijk} \quad (3.1)$$

As restrições (3.2) garantem que disciplinas de mesmo curso, semestre e período não ocupem a mesma posição na grade de horários, isto é, cada bloco de horário pode ser ocupado por no máximo uma disciplina de mesmo curso, semestre e período.

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{D} \\ i_t = \bar{t} \\ i_c = \bar{c} \\ i_s = \bar{s}}} x_{ijk} \leq 1, \quad \bar{t} \in \mathcal{T}, \bar{c} \in \mathcal{C}, \bar{s} \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{G}, k \in \mathcal{H} \quad (3.2)$$

As restrições (3.3) asseguram que a carga horária semanal de cada disciplina seja respeitada, isto é, cada disciplina deve ocupar exatamente um número de blocos de aula igual à metade de sua carga horária.

$$\sum_{j \in \mathcal{G}} \sum_{k \in \mathcal{H}} x_{ijk} = \frac{1}{2} i_{ch}, \quad i \in \mathcal{D} \quad (3.3)$$

As restrições (3.4) impõem que não sejam alocadas mais que oito horas-aula diárias a um professor, ou seja, pode-se alocar no máximo quatro blocos de aulas no mesmo dia.

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{D} \\ i_p = \bar{p}}} \sum_{k \in \mathcal{H}} x_{ijk} \leq 4, \quad \bar{p} \in \mathcal{P}, j \in \mathcal{G} \quad (3.4)$$

As expressões (3.5) determinam que disciplinas de um mesmo professor não ocupem mesma posição na grade em um mesmo dia.

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{D} \\ i_p = \bar{p} \\ i_t = \bar{t}}} x_{ijk} \leq 1, \quad \bar{p} \in \mathcal{P}, \bar{t} \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{G}, k \in \mathcal{H} \quad (3.5)$$

Na Fatec Ribeirão Preto costuma-se alocar disciplinas com garga horária de quatro aulas semanais no mesmo dia. Assim, as restrições (3.6) impõem essa condição.

$$x_{ij1} - x_{ij2} + x_{ij3} = 0, \quad i \in \mathcal{D}, i_{ch} = 4, \quad j \in \mathcal{G} \quad (3.6)$$

Deve-se garantir onze horas de descanso entre dois dias de trabalho dos professores, ou seja, não pode haver alocação de aulas no segundo bloco de um dia e no primeiro bloco do dia seguinte para o mesmo docente. As restrições (3.7) asseguram tais onze horas entre turnos de trabalho relacionando disciplinas dos períodos noturno

e matutino entre segunda e sexta-feira, em que \mathcal{D}_N^p e \mathcal{D}_M^p são as disciplinas do período noturno e matutino ministradas pelo professor p respectivamente.

$$x_{i_N,j,2} + x_{i_M,j+1,1} \leq 1, \quad p \in \mathcal{P}, \quad i_N \in \mathcal{D}_N^p, \quad i_M \in \mathcal{D}_M^p, \quad j \in \mathcal{G} \setminus \{5, 6\} \quad (3.7)$$

As restrições (3.8) garantem o interstício entre sexta-feira e sábado relacionando disciplinas do período noturno apenas.

$$x_{i52} + x_{j61} \leq 1, \quad p \in \mathcal{P}, \quad i, j \in \mathcal{D}_N^p \quad (3.8)$$

Além das 11 horas entre dias consecutivos de trabalho, deve-se respeitar uma hora de descanso entre períodos de aulas, ou seja, uma hora entre os períodos matutino e vespertino e uma hora entre os períodos vespertino e noturno. Assim, um docente não pode ministrar aulas no terceiro bloco de um período e no primeiro bloco do período seguinte. Atualmente a Fatec Ribeirão Preto não conta com cursos no período vespertino, porém opta-se por incorporar esta restrição ao modelo, o que permitirá testá-lo futuramente em outras unidades das Faculdades de Tecnologia do estado de São Paulo que possuem cursos a tarde. Definindo \mathcal{D}_M^p e \mathcal{D}_N^p como anteriormente e \mathcal{D}_V^p denotando o conjunto de disciplinas ministradas pelo professor p no período vespertino, as restrições (3.9) e (3.10) garantem o cumprimento desta regra.

$$x_{i_M,j,3} + x_{i_V,j,1} \leq 1, \quad p \in \mathcal{P}, \quad i_M \in \mathcal{D}_M^p, \quad i_V \in \mathcal{D}_V^p, \quad j \in \mathcal{G} \setminus \{6\} \quad (3.9)$$

$$x_{i_V,j,3} + x_{i_N,j,1} \leq 1, \quad p \in \mathcal{P}, \quad i_V \in \mathcal{D}_V^p, \quad i_N \in \mathcal{D}_N^p, \quad j \in \mathcal{G} \setminus \{6\} \quad (3.10)$$

Como mencionado anteriormente, a fim de reduzir a complexidade do modelo, todos os turnos de aulas foram construídos com três blocos em todos os dias, de segunda-feira a sábado. Devemos assegurar que as disciplinas do período noturno não sejam alocadas no terceiro bloco entre segunda e sexta-feira e as disciplinas do período da manhã não sejam alocadas aos sábados. As restrições (3.11) e (3.12) garantem tais imposições, em que \mathcal{D}_N representa as disciplinas do período noturno.

$$x_{ij3} = 0, \quad i \in \mathcal{D}_N, \quad j \in \mathcal{G} \setminus \{6\} \quad (3.11)$$

$$x_{i6k} = 0, \quad i \in \mathcal{D} \setminus \mathcal{D}_N, \quad k \in \mathcal{H} \quad (3.12)$$

O domínio das variáveis é apresentado em (3.13).

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathcal{D}, \quad j \in \mathcal{G}, \quad k \in \mathcal{H} \quad (3.13)$$

4 Resultados computacionais

O modelo (3.1)-(3.13) foi codificado na linguagem de programação Python em conjunto com a biblioteca PyMathProg, que possibilita a elaboração e solução de problemas de programação matemática. O módulo PyMathProg faz uso do solver GLPK (*GNU Linear Programming Kit*) para solucionar problemas de programação

matemática [Lan 2016]. O solver GLPK foi desenvolvido pra solucionar em larga escala problemas de programação linear, programação inteira mista, entre outros problemas relacionados [Makhorin 2012].

Para realizar testes com o modelo matemático escrito neste trabalho, foram coletados dados reais da Fatec de Ribeirão Preto. Os dados coletados são de três semestres letivos dos cursos Análise e Desenvolvimento de Sistemas (ADS), Gestão de Negócios e Inovações (GNI), e Sistemas Biomédicos (SBM). Para cada semestre foram coletados e escritos em arquivos csv as informações sobre os professores, as disciplinas ministradas por eles, carga horária de cada disciplina, a disponibilidade de cada professor e os cursos oferecidos pela Fatec.

O resultados obtidos são apresentados na Tabela 1 a seguir. O nome da instância traz o ano e o semestre da qual ela foi extraída. A coluna Alocação ideal apresenta o número de horas/aula que compõem a instância e a coluna seguinte mostra o resultado obtido pelo modelo, ou seja, o número de horas/aula alocadas dentro das disponibilidades dos docentes. A última coluna apresenta o tempo de processamento em segundos. O modelo foi resolvido até a otimalidade, ou seja, o número de horas alocadas é o máximo possível dada a disponibilidade docente.

Tabela 1. Resultados computacionais

Instância	Alocação ideal (horas/aula)	Alocação obtida (horas/aula)	Tempo (s)
2018 1	336	336	7.08
2019 2	480	466	9.12
2020 1	528	522	23.13

Observa-se que o modelo é capaz de oferecer bons resultados para a elaboração da grade horária em tempo satisfatório.

5 Considerações finais

A elaboração de grade horária em cursos superiores é um problema complexo e desafiador. Este trabalho apresentou um modelo matemático que lida com a construção da grade horária para a Fatec Ribeirão Preto. Baseado em outros trabalhos semelhantes da literatura, incorpora aspectos específicos das Fatecs como por exemplo a existência de aulas aos sábados para cursos noturnos. O modelo implementado em Python utilizando o solver GLPK se mostrou eficiente, alocando as disciplinas em tempo satisfatório sendo útil para a tomada de decisão.

Trabalhos futuros preveem testes do modelo apresentado em outras unidades das Faculdades de Tecnologia do Estado de São Paulo, avaliando os resultados obtidos nestas instituições que possuem características distintas das encontradas na Fatec Ribeirão Preto, como maior quantidade de cursos e aulas no período vespertino. Além disso, pretende-se incluir na função objetivo uma escala de preferência de alocação mediante um *score* do docente. Assim o modelo será capaz de alocar dentro da disponibilidade oferecida primeiramente professores com *score* mais alto. Avaliar desempenho do modelo para instâncias maiores e desenvolver métodos heurísticos para a resolução do problema também estão em desenvolvimento.

Referências

- ANDRADE, E. L. d. **Introdução à pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- ARENALES, M. *et al.* **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. 3. ed. São Paulo: Elsevier Brasil, 2017.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Modelling and simulation. In: KARLSSON, C. (Ed.). **Research methods for operations management**. New York-London: Routledge, 2009. p. 265–306.
- FRANCISCO, D. O.; SILVA, I. Estratégia de otimização baseada em sistemas inteligentes aplicada ao problema de geração de grades horárias. In: **10th Brazilian Congress on Computational Intelligence—CBIC**. [S.l.: s.n.], 2011.
- GÓES, A. R. T.; COSTA, D. M. B.; STEINER, M. T. A. Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo matemático, abordagem heurística e método misto. **Sistemas & Gestão**, v. 5, n. 1, p. 50–66, 2010.
- GOLBARG, M. C.; LUNA, H. P. Otimização combinatória e programação linear. **Rio de Janeiro: Campus**, 2000.
- LAN, Y. **PyMathProg, version 1.0**. 2016. Disponível em: <http://pymprog.sourceforge.net/index.html>. Acesso em: 22.07.2020.
- MAKHORIN, A. **GLPK (GNU linear programming kit)**. 2012. Disponível em: <https://www.gnu.org/software/glpk/>. Acesso em: 22.07.2020.
- MARTIN, C. H. Ohio university's college of business uses integer programming to schedule classes. **Interfaces**, INFORMS, v. 34, n. 6, p. 460–465, 2004.
- MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: CAUCHICK-MIGUEL, P. A. (Ed.). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018. p. 167–193.
- SALTZMAN, R. An optimization model for scheduling classes in a business school department. **California Journal of Operations Management**, v. 7, n. 1, p. 84–92, 2009.
- XAVIER, B. M. *et al.* Proposta de alocação de horários de professores e turmas em instituições de ensino superior utilizando uma heurística vns/vnd. **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional—A Pesquisa Operacional na busca de eficiência nos serviços públicos/privados**. Realizado nos dias, v. 16, 2013.